

Thus, by applying the inequality (4) the condition of stability will be

$$0 < \frac{2 R_1 \sin(\Theta/2)}{R_1/2 \sin(\Theta/2)} < 4, \quad (5)$$

where from

$$0 < \frac{R_1}{R_\perp} \sin^2(\Theta/2) < 1. \quad (6)$$

A special case of the circular toroid (Fig. 3), when $R_\perp = (R_1 - R_2)/2$, leads to the condition of stability

$$0 < \frac{2 R_1}{R_1 - R_2} \sin^2(\Theta/2) < 1.$$

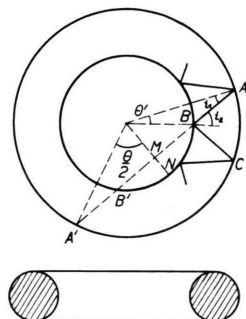


Fig. 3.

Reflections can also occur alternately at the external and internal surfaces of the toroid (Fig. 3). In such a case, the condition for the central angle will be

$$2 \arccos \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \leq \Theta \leq 2 \arccos \left(\frac{n_0}{n} \right), \quad (7)$$

and the angle Θ' between two adjacent reflections (external and internal) is

$$\Theta' = \frac{\Theta}{2} - \arccos \left(\frac{R_1 \cos \Theta}{R_2} \right). \quad (8)$$

Let us investigate this beam in the meridional plane. From the geometry of the rays we conclude (Fig. 3) that a point M is the common meridional centre $2 f_{||} = R_{||}$ of both surfaces, the external and internal respectively. In that case we obtain the condition of stability from the inequality (3)

$$0 < \left(1 - \frac{L'}{R_2 \cos i_2} \right) \left(1 - \frac{L'}{R_1 \cos i_1} \right) < 1 \quad (9)$$

which is hard to solve. For the limiting case of the central angle $\Theta' = 0$ one has

$$0 < \left(1 - \frac{R_1 - R_2}{R_1} \right) \left(1 - \frac{R_1 - R_2}{R_2} \right) < 1$$

leading to the inequality

$$0 < \frac{R_1 - R_2}{R_1} < \frac{1}{2}, \quad (10)$$

which is the condition of stability of the beam in the meridional plane (for $\Theta' = 0$).

In the plane perpendicular to the meridional one the condition of stability is

$$0 < \left(1 - \frac{2 L' \cos i_1}{R_1 - R_2} \right) \left(1 - \frac{2 L' \cos i_2}{R_1 - R_2} \right) < 1. \quad (11)$$

For the limiting case of the central angle $\Theta' = 0$ the resonator behaves as the concentric one, because $L' = R_1 - R_2$ and $\cos i_1 = \cos i_2 = 1$. As the angle Θ' increases, the resonator becomes more stable.

Beschleunigung von inhomogenen Plasmen durch Laserlicht

H. HORA, D. PFIRSCH* und A. SCHLÜTER

Institut für Plasmaphysik, Garching bei München

(Z. Naturforschg. 22 a, 278—280 [1967]; eingeg. am 24. Dezember 1966)

Wenn das Licht hoher Intensität, wie es bei Riesenslaserpulsen entsteht, mit einem Plasma in Wechselwirkung tritt, so wird eine stark anisotrope Expansion des Plasmas beobachtet, die hauptsächlich dem Laserlicht entgegen gerichtet ist. So erhalten bei Einwirkung des Laserlichtes auf Festkörper im Vakuum die dem Laserlicht entgegenfliegenden Ionen Energien von 1 keV¹

und mehr². Wenn Laserlicht in einem Gas fokussiert wird und dort einen Durchbruch erzeugt, zeigen von der Seite aufgenommene Schmierkameranbilder die Expansion dem Laserlicht entgegen. Die gemessenen Geschwindigkeiten ergeben Ionenenergien von derselben Größe wie bei Festkörpern³. Noch deutlicher wurde diese anisotrope Expansion des in Stickstoff erzeugten Plasmas durch die Messungen von MANDELSTAM u. a., nach denen das Intensitätsverhältnis der Linien und die DOPPLER-Verbreiterung des senkrecht gestreuten Lichtes eine Elektronentemperatur in der Größenordnung von 10 eV ergaben^{4, 5}, und eine DOPPLER-Verschiebung^{4, 6} eine Expansion des Laserlichtes dem Licht entgegen zeigt, deren Geschwindigkeit einer Ionenenergie von einigen Hundert eV entspricht.

* Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München.

¹ W. I. LINLOR, Appl. Phys. Lett. 3, 210 [1963]. — E. W. SUCOV, J. L. PACK, A. V. PHELPS u. A. G. ENGELHARDT, Westinghouse Res. Rep. AT (30-1)-3472 [April 1966].

² H. OPOWER u. E. BURLEFINGER, Phys. Lett. 16, 37 [1965]. — H. OPOWER u. W. PRESS, Z. Naturforschg. 21 a, 344 [1966].

³ S. A. RAMSDEN u. W. E. DAVIES, Phys. Rev. Lett. 13, 227 [1964].

⁴ P. P. PASHININ, S. L. MANDELSTAM, A. M. PROKHOROV u. N. K. SUKHODREV, ZAMP 16, 125 [1965].

⁵ S. L. MANDELSTAM, P. P. PASHININ, A. V. PROKHINDEEV, A. M. PROKHOROV u. N. K. SUKHODREV, J. Exp. Theor. Phys. USSR 47, 2003 [1964].

⁶ S. L. MANDELSTAM, P. P. PASHININ, A. M. PROKHOROV, YU. P. RAIZER u. N. K. SUKHODREV, J. Exp. Theor. Phys. USSR 49, 127 [1965].



Zur Deutung unterschied man bislang zwischen dem Fall der Festkörper, denen eine Rückstoßwirkung beigegeben wurde (obgleich Rückstoßmessungen mit steigender Lichtintensität eher eine Schwierigkeit dieses Modells zeigten⁷), und dem Fall des Gasdurchbruches, dem ein Stoßwellenmechanismus zugrunde gelegt wird ohne substantielle Plasmabeschleunigung⁸. Nicht berücksichtigt wurde, daß es durch eine nichtlineare Wechselwirkung der Lichtwelle mit den Inhomogenitäten des Plasmas eine substantielle Beschleunigung gibt, die bei den Beobachtungen von Bedeutung sein kann.

1. Anwendung von Erhaltungssätzen

In eindimensionaler Schichtung sei zwischen x_0 und x_1 ein Plasma in Vakuum eingebettet mit stetigem Verlauf von Brechzahl $n(x)$ und Ionendichte $N(x)$, Abb. 1. Für ein stoßfreies Plasma ist

$$\begin{aligned} n(x)^2 &= 1 - a N(x); & a &= 4 \pi e^2 Z / m_e \omega^2; \\ a N &= \omega_p^2 / \omega^2. \end{aligned} \quad (1)$$

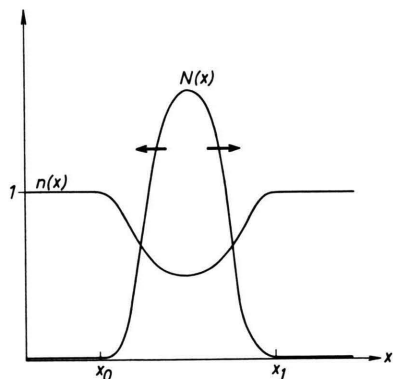


Abb. 1. Schematischer Verlauf von Brechzahl $n(x)$ und Ionendichte $N(x)$ des zwischen x_0 und x_1 befindlichen Plasmas.

Bei genügend langsamer („adiabatischer“) Ortsabhängigkeit der Brechzahl $n(x)$ kann die Reflexion einer senkrecht einfallenden ebenen Lichtwelle vernachlässigt werden; ohne Absorption ist daher die zeitlich gemittelte Energiestromdichte F_w ortsunabhängig. Da der Beitrag des Plasmas zum Energietransport (durch Konvektion oder Wärmeleitung) sicher vernachlässigbar ist, bleibt nur der elektromagnetische Anteil

$$F_w = \frac{c}{8\pi} E(x) B(x), \quad (2)$$

wobei $E(x)$ und $B(x)$ die (langsam ortsabhängigen) Amplituden der Wellenfelder sind. Zwischen ihnen besteht – bei Vernachlässigung von dn/dx – die Beziehung

$$B(x) = n(x) E(x). \quad (3)$$

Wegen der Ortsabhängigkeit von F_w lassen sich daher $B(x)$ und $E(x)$ durch die Werte $E_v = B_v$ an der Stelle $n = 1$ („Vakuum“) ausdrücken.

$$n(x) E^2(x) = B^2(x) / n(x) = E_v^2. \quad (4)$$

Mit der Kenntnis der lokalen Amplitude der Welle ist auch der mit ihr verknüpfte Impulsstrom bekannt; aus seiner Divergenz folgt die Kraft. In der betrachteten Geometrie ist nur die x -Komponente F_p des Impulsstromdichtetensors (= Spannungstensors) von Bedeutung. Zu ihr gibt es wieder nur vernachlässigbare Beiträge des Plasmas, so daß sie gegeben ist durch

$$F_p(x) = \frac{1}{16\pi} \{E^2(x) + B^2(x)\} = \frac{1}{16\pi} E_v^2 \left(\frac{1}{n} + n \right). \quad (5)$$

Bei einem Verlauf der Brechzahl n nach Abb. 1 nimmt also die Impulsstromdichte des Lichtes beim Eindringen in das Plasma zu. Dementsprechend wird auf das Plasma ein Impuls dem Licht entgegen übertragen. Beim Verlassen des Plasmas wird dagegen vom Licht Impuls in Richtung der Strahlung abgegeben (eingezeichnete Pfeile in Abb. 1). Das Licht hat insofern eine Art stabilisierende Wirkung, als es das Plasmaprofil auseinanderreibt, den Dichteverlauf abflacht und damit die weitere Einwirkung des Lichtes selbst abschwächt.

Die auf das Plasma übertragene Kraftdichte ist

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_d &= N m_i \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\mathbf{i}_1 \frac{\partial F_p}{\partial x} = \mathbf{i}_1 \frac{E_v^2}{16\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{1}{n^2} \frac{dn}{dx} \\ &= -\frac{\mathbf{i}_1 E_v^2 a^2 N}{32\pi (1-aN)^{3/2}} \frac{dN}{dx}. \end{aligned} \quad (6)$$

Die Voraussetzung der Adiabasie entspricht der Anwendbarkeit der WKB-Näherung

$$\frac{1}{2} \frac{c}{\omega} \frac{1}{n^2} \frac{dn}{dx} \ll 1. \quad (7)$$

2. Nichtlineare Lösung der Zweiflüssigkeitsgleichungen

Das Ergebnis (6) kann man als ersten Näherungsschritt bei der nichtlinearen Lösung der Gleichungen des Zweiflüssigkeitsmodells des Plasmas⁹ ohne Druckglieder

$$N m_i \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (8)$$

$$\frac{4\pi}{\omega_p^2} \left(\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \nu \mathbf{j} \right) = \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \frac{1}{e Z N c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (9)$$

und der MAXWELLSchen Gleichungen finden, wobei die Stromdichte \mathbf{j} , die Geschwindigkeit \mathbf{v} und die Feldgrößen zeitabhängig zu betrachten sind. Der Näherungsschritt besteht in der sukzessiven Berücksichtigung der nichtlinearen Koppelung von (8) und (9), die durch LORENTZ- und HALL-Term in (9) gegeben ist. Grenzen dieser Methode ** sind mit $\eta \ll 0,1$

⁷ D.W. GREGG u. S.J. THOMAS, J. Appl. Phys. **37**, 2787 [1966].

⁸ S. A. RAMSDEN u. P. SAVIC, Nature, No. 4951, 1217 [1964].
— YU. P. RAIZER, Sov. Phys.-Uspekhi **8**, 650 [1965].

⁹ A. SCHLÜTER, Z. Naturforschg. **5a**, 72 [1950].

** Es handelt sich hier um eine gewöhnliche Störungsrechnung und nicht um ein asymptotisches Verfahren, das man auch durchführen könnte.

$$|\mathbf{E}_v| \leq \left(-1 + \sqrt{1 + 4 \eta t \frac{m_e}{m_i} \omega Z} \right) m_i c / 2 e Z t, \quad (10)$$

wenn t die Zeit ist, die vom Erreichen eines Hundertstels der maximalen Lichtintensität eines Laserpulses an verstreicht. Diese obere Schranke liegt für die Frequenz des Rubinlasers noch genügend weit im nicht-relativistischen Bereich.

Die Lösung erhält man dadurch, daß man aus den MAXWELLSCHEN Gleichungen und (9) unter Vernachlässigung von LORENTZ- und HALL-Term wie üblich^{10, 11} \mathbf{j} und \mathbf{B} bestimmt und in (8) eingesetzt mit dem Zeitmittelwert die nichtlineare Kraftdichte erhält. Mit der WBK-Näherung

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}_2 \frac{A}{\sqrt{n}} \cos \left(\mp \int \frac{\omega n(x)}{c} dx + \omega t \right) \quad (11)$$

ist dann

$$\mathbf{j} = \mathbf{i}_2 \frac{\omega_p^2}{4\pi} \frac{A}{\sqrt{n}} \frac{1}{\omega} \sin \left(\mp \int \frac{\omega n(x)}{c} dx + \omega t \right). \quad (12)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{i}_3 \frac{c}{2\omega} \frac{A}{n^{3/2}} \frac{dn}{dx} \sin \left(\mp \int \frac{\omega n(x)}{c} dx + \omega t \right) \quad (13)$$

$$\mp \mathbf{i}_3 A \sqrt{n} \cos \left(\mp \int \frac{\omega n(x)}{c} dx + \omega t \right),$$

und der Zeitmittelwert der Kraftdichte ist mit $A^2/2 = \overline{E_v^2}$

$$N m_i \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\mathbf{i}_1 \frac{\overline{E_v^2}}{8\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{d}{dx} \frac{1}{n} = \mathbf{k}_d \quad (14)$$

in Übereinstimmung mit (6), wobei jetzt nach (11) das Vorzeichen der Einfallsrichtung des Lichtes offengelassen wurde. Wesentlich für die Kraftdichte \mathbf{k}_d ist somit nur der Gradient von n bzw. N .

3. Diskussion

Der innere Grund für die Beschleunigung des Plasmas dem Licht entgegen ist beim Eintritt ins Plasma die Phase zwischen \mathbf{j} und \mathbf{B} . Diese Phase hat demgegenüber unter den gleichen Bedingungen für ein homogenes absorbierendes Medium ein solches Vorzeichen, daß die Kraftdichte stets in Richtung des Lichtes zeigt. Diese Wirkung des Strahlungsdruckes, die im Höchstfall eine Übertragung des relativ sehr kleinen Photonenimpulses auf das Plasma ergibt, ist von der

Wirkung im inhomogenen Plasma ganz wesentlich verschieden. Im Rahmen der verwendeten kinematischen Voraussetzungen bleibt wegen der fehlenden Absorption der Lichtimpuls erhalten, und der Impuls des dem Licht entgegen beschleunigten Plasmas beim Eindringen in dasselbe wird beim Verlassen in entgegengesetzter Richtung kompensiert. Die übertragenen Impulse können also ganz wesentlich größer sein und erfahren nur eine Limitierung durch die Photonenenergie, deren Übertragung unter den verwendeten Voraussetzungen zunächst nicht beschreibbar ist.

Wenn man mit der erhaltenen Beschleunigung $(\partial \bar{v}/\partial t)$ die während der Einwirkung eines Riesenlaserpulses erhältlichen Endgeschwindigkeiten ausrechnet, begibt man sich wohl außerhalb des Rahmens der kinematischen Voraussetzungen, doch dürfte die Vergleichbarkeit mit Meßergebnissen diesen Schritt rechtfertigen. Wenn man einen nach (7) gerade noch möglichen Brechzahlverlauf annimmt (der sich übrigens auf Längen von großen Vielfachen der Wellenlänge erstrecken kann)

$$\frac{1}{2} \frac{c}{\omega} \frac{1}{n^2} \frac{dn}{dx} = 0,25 \quad (15)$$

und $\omega_p^2/\omega^2 = 0,9$, wie es Experimenten durchaus entspricht¹², ist mit $Z=3$ und Stickstoffionen die Beschleunigung mit $[\mathbf{E}_v] = cgs$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = \overline{E_v^2} \cdot 10^5 \text{ cm/sec}. \quad (16)$$

Rechnet man mit einer Halbwertsbreite des Laserpulses von $t = 2 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$, so erhält man mit einer Effektivfeldstärke $\sqrt{[\mathbf{E}_v^2]} = 6,56 \cdot 10^4 \text{ cgs}$ entsprechend³ eine Endgeschwindigkeit

$$v_{\text{end}} = 8,65 \cdot 10^6 \text{ cm/sec}, \quad (17)$$

wie sie mit gemessenen Werten von ca. 10^7 cm/sec recht zwanglos vergleichbar wäre.

Die beschriebene Wechselwirkung ist weiter von Bedeutung für Zwecke der Plasmabeschleunigung mit elektromagnetischen Wellen, wobei keine statischen Zusatzfelder¹³ benötigt werden sowie für Stabilisierungsprozesse, die man in terrestrischen Plasmen durch Einstrahlung bewirken kann, und im Sterninneren durch vorhandene Gleichgewichtsstrahlung gegeben sein kann.

Diese Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Plasmaphysik durchgeführt.

¹⁰ A. SCHLÜTER, Ann. Phys. **10**, 418 [1952].

¹¹ R. LÜST, Z. Astrophys. **37**, 67 [1955].

¹² R. W. MINCK u. W. G. RADO, J. Appl. Phys. **37**, 355 [1966].

¹³ H. HENDEL, T. FAITH u. E. C. HUTTER, RCA Rev. **26**, 200 [1965].